

I. Les différents solides

**Définition :** En mathématiques, un **solide** est un objet de l'espace (donc en 3D).

Il existe cinq grandes familles de solides :

- Les **prismes droits** (ex : une armoire, un cube, un pavé droit...)
- Les **cylindres** (ex : un bâton de colle)
- Les **pyramides** (ex : les pyramides d'Egypte)
- Les **cônes** (ex : le cornet d'une glace)
- Les **sphères** (creuses) et les **boules** (pleines) (ex : la Terre est une boule, une balle de ping-pong est une sphère)

**Définitions :** Les **solides droits** ont **deux bases**, il s'agit donc des prismes droits et des cylindres.

1. Dans un **prisme droit** :
  - les deux **bases** sont des polygones identiques et parallèles
  - toutes les **faces latérales** sont des **rectangles**.
2. Dans un **cylindre de révolution** :
  - Les deux **bases** sont des disques de même rayon et parallèles.
  - La **surface latérale** est un rectangle.
  - **L'axe** du cylindre est la droite qui passe par les centres de ses bases.
3. La **hauteur** d'un solide droit est la distance qui sépare ses deux bases.

**Remarques :**

1. Un prisme droit dont toutes les faces sont des rectangles est un **parallélépipède rectangle** (aussi appelé **pavé droit**).
2. Un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés est un **cube**.

**Définitions :** Les **solides pointus** ont **une seule base**, il s'agit donc des pyramides et des cônes.

1. Dans une **pyramide** :
  - La **base** est un **polygone**
  - Les **faces latérales** sont des triangles qui ont un point commun : le **sommet principal**.
2. Dans un **cône de révolution** :
  - la **base** est un **disque**
  - la **surface conique** est engendrée par une **génératrice**.
3. La **hauteur** d'un solide pointu est la droite qui passe par le sommet principal du solide et qui est perpendiculaire à sa base.

**Remarque :**

Une pyramide dont la base est un triangle s'appelle un **tétraèdre**.

**Définition :** La sphère et la boule n'ont ni sommets, ni faces et donc elles n'ont pas de base.

- 1) Une **sphère** de centre  $O$  et de rayon  $r$  est constituée de l'ensemble des points  $M$  de l'espace tels que  $OM = r$ .
- 2) Une **boule** de centre  $O$  et de rayon  $r$  est constituée de l'ensemble des points  $M$  tels que  $OM \leq r$ .

Autrement dit, la boule est constituée de l'intérieur de la sphère et de la sphère elle-même.

## II. Représentations en perspective cavalière d'un solide

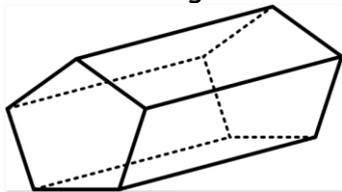
La **perspective cavalière** est une technique de dessin qui permet de représenter un solide (donc un objet en 3D) sur une surface plane comme une feuille de papier (donc un objet en 2D).

**Propriété :** Sur un dessin en perspective cavalière :

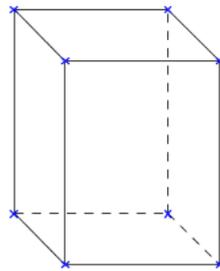
1. Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
2. Les faces avant et arrière ne sont pas déformées.
3. Les arêtes fuyantes ont des dimensions réduites mais restent parallèles si elles sont parallèles dans la réalité.

**Exemples :**

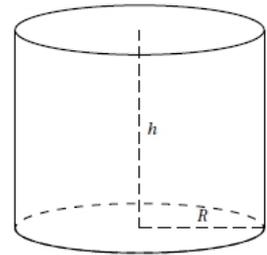
Représentation en perspective cavalière d'un prisme droit dont la base est un pentagone régulier :



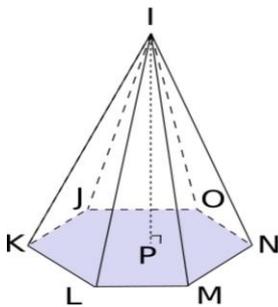
Représentation en perspective cavalière d'un pavé droit :



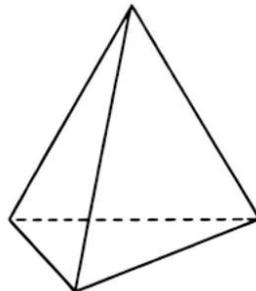
Représentation en perspective cavalière d'un cylindre :



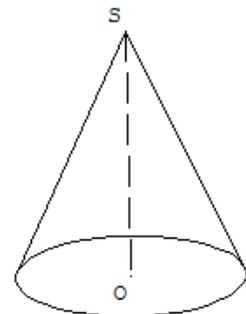
Représentation en perspective cavalière d'une pyramide dont la base est un hexagone :



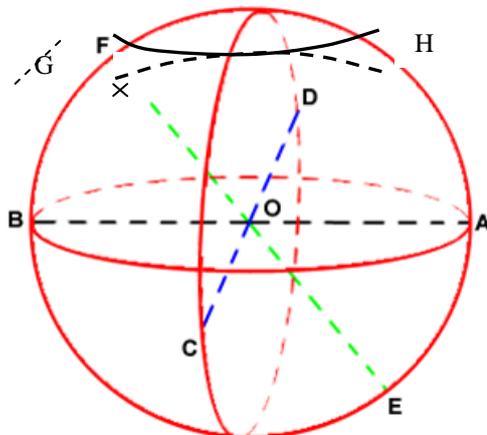
Représentation en perspective cavalière d'une pyramide dont la base est un triangle :



Représentation en perspective cavalière d'un cône :



Représentation en perspective cavalière d'une sphère (ou d'une boule) :



On considère la sphère de centre O ci-contre.

A, B, C, D, E, F sont des points de la sphère.

[AB], [CD] et [EF] sont des diamètres de la sphère.

[OA] et [OE] sont des rayons de la sphère.

Le point O appartient à la boule mais pas à la sphère.

Le point G n'appartient ni à la boule ni à la sphère.

**Définition :** Un **grand cercle** d'une sphère est un cercle tracé sur la sphère et qui a le même rayon qu'elle.

**Exemples :** Les cercles de diamètre [AB] et [CD] sont des grands cercles de la sphère précédente mais le cercle de diamètre [FH] n'est pas un grand cercle.

### III. Patrons d'un solide

Le **patron** est une autre manière de représenter un solide (donc un objet en 3D) sur une surface plane comme une feuille de papier (donc un objet en 2D).

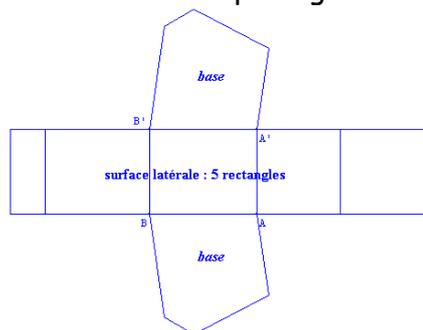
#### **Propriété :**

1. Le patron est toujours réalisé en vraie grandeur.
2. Le patron permet, si on le découpe, de reconstituer le solide en 3D.

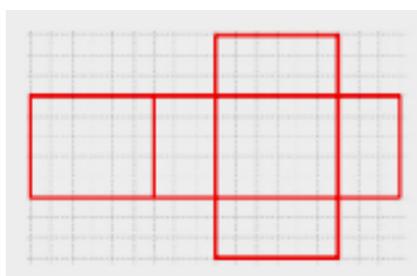
**Remarque :** Comme la sphère et la boule n'ont aucune face, il est impossible de tracer leur patron.

#### **Exemples :**

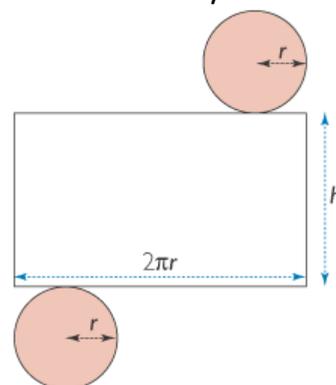
**Patron d'un prisme droit dont la base est un pentagone :**



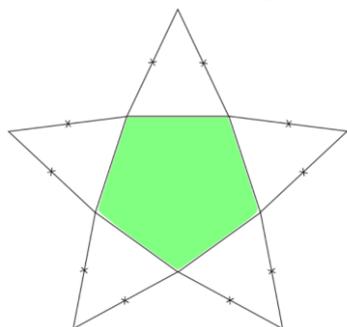
**Patron d'un pavé droit :**



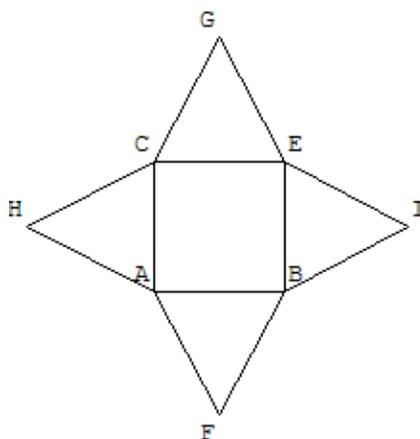
**Patron d'un cylindre :**



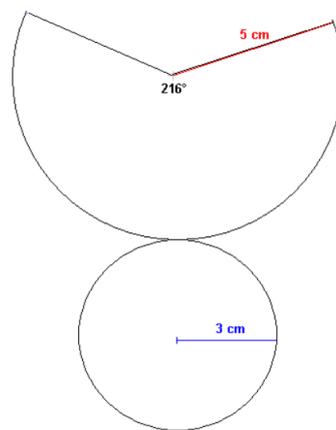
**Patron d'une pyramide dont la base est un pentagone :**



**Patron d'une pyramide à base carrée :**



**Patron d'un cône :**



#### **Remarques :**

1. Pour tracer le patron du cylindre, il est nécessaire de calculer le **périmètre de la base car elle est égale à la longueur du rectangle.**
2. Pour tracer le patron d'un cône, il est nécessaire de calculer **l'angle au sommet de la surface latérale.**  
Pour cela, il faut suivre les étapes suivantes :
  - a. **Calculer le périmètre de la base du cône (car la surface latérale vient s'enrouler autour) :**  
Ici :  $\text{périmètre de la base} = \text{diamètre} \times \pi = 6 \times \pi \approx 18,8 \text{ cm}$
  - b. **Calculer le périmètre du cercle entier dont la génératrice du cône est un rayon :**  
Ici :  $\text{périmètre du grand cercle} = \text{diamètre} \times \pi = 10 \times \pi \approx 31,4 \text{ cm}$
  - c. **Grâce à la proportionnalité et donc à l'aide d'une produit en croix, calculer l'angle au sommet :**

|                             |         |         |
|-----------------------------|---------|---------|
| Mesure de l'angle           | 360°    | 216°    |
| Longueur de l'arc de cercle | 31,4 cm | 18,8 cm |

Alors angle au sommet =  $360 \times 18,8 \div 31,4 \approx 216^\circ$

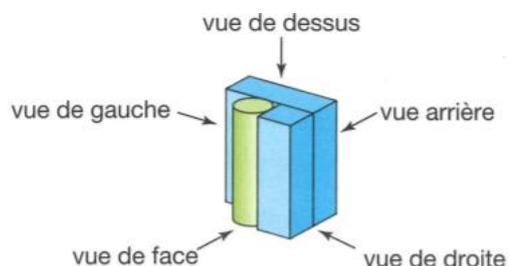
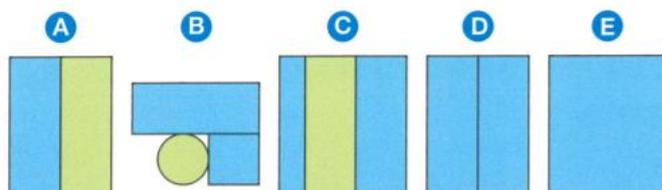
#### IV. Vues de dessus, dessous, devant, derrière, gauche et droite

Les **vues de dessus, dessous...** constituent la dernière manière de représenter un solide (donc un objet en 3D) sur une surface plane comme une feuille de papier (donc un objet en 2D). Elles sont beaucoup utilisées actuellement en décoration d'intérieur par exemple.

On ne représente pas la vue de dessus, dessous... d'un seul solide mais uniquement d'un assemblage de solides.

#### Exemple :

Pour chaque position indiquée par une flèche, reconnaître la vue (A à E) que l'on a de cet assemblage.



#### Solution

- Vue de gauche : A.
- Vue de dessus : B.
- Vue de face : C.
- Vue de droite : D.
- Vue arrière : E.

#### Conseils

Pour chaque vue, il faut s'imaginer dans la position de l'observateur et se demander ce que l'on verrait sur sa droite, sur sa gauche, ...