

**I. Multiples et diviseurs d'un nombre entier****Propriété et définition :**

Si le reste de la division euclidienne d'un nombre entier  $a$  par un nombre entier  $b$  est égal à zéro,  
 Alors on dit que  $a$  est un multiple de  $b$   
 $b$  est un diviseur de  $a$   
 $a$  est divisible par  $b$

**Exemples :**

7 est-il un diviseur de 161 ?

$$\begin{array}{r|l} 161 & 7 \\ -14 & 23 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

On a :  $161 = 7 \times 23 + 0$

Le reste de la division euclidienne est égal à 0.

Donc 7 est bien un diviseur de 161.

On peut dire aussi que 161 est un multiple de 7  
ou que 161 est divisible par 7.

8 est-il un diviseur de 459 ?

$$\begin{array}{r|l} 459 & 8 \\ -40 & 57 \\ \hline 59 & \\ -56 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

On a :  $459 = 8 \times 57 + 3$

Le reste de la division euclidienne n'est pas égal à 0.

Donc 8 n'est pas un diviseur de 459.

**II. Critères de divisibilité**

Il est possible, grâce à quelques règles très simples, de savoir si un nombre est un multiple de 2, 3, 4, 5, 9 ou 10 sans effectuer la division. Ces règles sont appelées critères de divisibilité.

**Propriété : critères de divisibilité**Un nombre est **divisible par 2**, s'il est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).Un nombre est **divisible par 5**, s'il se termine par 0 ou 5.Un nombre est **divisible par 10**, s'il se termine par 0.Un nombre est **divisible par 4**, si les 2 derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.Un nombre est **divisible par 3**, si la somme de ses chiffres est divisible par 3.Un nombre est **divisible par 9**, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.**Exemples :**

416 est divisible par 2 mais pas par 5 ni par 10 car il se termine par 6.

416 est aussi un multiple de 4 car 16 est dans la table de 4.

4 + 1 + 6 = 11 et 11 n'est pas dans la table de 3 ni dans celle de 9. Donc 3 et 9 ne sont pas des diviseurs de 416.

### III. Nombres premiers et décomposition en produit de facteurs premiers

**Définition :** Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

**Exemples :** Les premiers nombres premiers sont : 2, 3, 5, 7, 11...

Par contre 42 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 1 et 42 mais aussi par 2, 6, 7...

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 (A RETENIR pour faciliter les calculs) :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

**Définition et propriété :** On peut toujours décomposer un nombre en produit de plusieurs facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre près.

**Exemple :** On veut décomposer 588 en produit de facteurs premiers.

$$588 \div 2 = 294$$

$$294 \div 2 = 147$$

$$147 \div 3 = 49$$

$$49 \div 7 = 7 \text{ et } 7 \text{ est un nb premier}$$

Ainsi, la décomposition en produit de facteurs premiers de 588 est :  $588 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7$