CHAP 4

Puissances d'un nombre relatif

Sommaire

Synthèse des compétences

Je dois savoir…	Maîtrise Insuffisante	Maîtrise Fragile	Maîtrise Satisfaisante	Très Bonne Maîtrise	Exercices d'application	Pour préparer le contrôle
Connaître et utiliser la notation sous forme de puissance					Fiche d'exercices	N° 33 p 15
Calculer avec des puissances						N° 71 p 18
Calculer avec des puissances de dix						N° 30 p 15
Utiliser la notation scientifique d'un nombre						N° 69 p 17

I. Définitions

Définition : Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1 et a un nombre relatif non nul.

On a : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{n\ facteurs}$

On lit « a puissance n » ou « a exposant n ».

Cas particuliers : $a^1 = a$; $a^0 = 1$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$

De plus, si a est différent de 0 : a^{-n} désigne l'inverse de a^n.

On a : $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}$

Exemples : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$; $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

II. Le cas particulier des puissances de dix

Définition : Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

On a : $10^n = 10 \times 10 \times \ldots\ldots\ldots \times 10 = 100\ldots\ldots\ldots0$

et : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{100\ldots\ldots\ldots0} = 0,00\ldots\ldots\ldots01$

Exemples : cent-mille = 100 000 = 10^5 et $10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0,00001$

Définition : Les puissances de dix permettent d'écrire les très grands nombres ou les très petits nombres. Elles permettent également d'identifier les très grands multiples (ou très petits sous-multiples) d'une unité.

Préfixe	Giga	Méga	Kilo	Milli	Micro	Nano
Symbole	G	M	k	m	µ	n
Signification	10^9	10^6	10^3	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Propriété :
- Multiplier un nb décimal par une puissance de dix d'exposant positif revient à déplacer la virgule vers la droite d'un nombre de rangs égal à la valeur de l'exposant.
- Multiplier un nb décimal par une puissance de dix d'exposant négatif revient à déplacer la virguler vers la gauche d'un nombre de rangs égal à la valeur de l'exposant.

Exemples : $98{,}54 \times 10^3 = 98\,540$ $\quad 5{,}463 \times 10^2 = 546{,}3$

$27{,}5 \times 10^{-2} = 0{,}275$ $\quad 3{,}4 \times 10^{-4} = 0{,}0034$

Propriété : Soient m et n deux nombres entiers relatifs non nuls

On a : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$; $(10^m)^n = 10^{m\times n}$

Exemples : $10^7 \times 10^5 = 10^{7+5} = 10^{12}$; $\frac{10^7}{10^5} = 10^{7-5} = 10^2$; $(10^7)^5 = 10^{7\times 5} = 10^{35}$

III. Notation scientifique d'un nombre

Définition : L'écriture scientifique d'un nombre est l'écriture sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul devant la virgule et p est un nombre entier relatif.

Exemples : Notation scientifique de 32 000 : $3{,}2 \times 10^4$

Notation scientifique de $3\,567{,}89 \times 10^5$: $3\,567{,}89 \times 10^5 = 3{,}56789 \times 10^3 \times 10^5 = 3{,}56789 \times 10^8$