

Arithmétique (2) : PPCM

Définition : Dire qu'un nombre m est un **multiple commun** à deux nombres a et b revient à dire que m est divisible à la fois par a et par b .

Exemple : 120 est un multiple commun à 12 et à 5 car $120 = 12 \times 10$ et $120 = 5 \times 24$

Méthode : Pour trouver facilement un multiple commun à deux nombres, on utilise la décomposition en facteurs premiers de ces deux nombres.

Exemple : Trouver le plus petit multiple commun (PPCM) à 84 et 270.

1. On cherche la décomposition en facteurs premiers de ces deux nombres :

Ici, on a : $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ et $270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

2. On trouve le plus petit multiple commun en faisant en sorte que les décompositions en facteurs premiers soient identiques.

On veut rendre les deux décompositions en facteurs premiers identiques donc :

$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ ($\times 3 \times 3 \times 5$) et $270 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$ ($\times 2 \times 7$)

Ainsi le plus petit multiple commun est : $84 \times 3 \times 3 \times 5 = 3780$ (et de même $270 \times 2 \times 7 = 3780$)

Donc $PPCM(84 ; 270) = 3780$

Remarques :

1. Pour trouver le plus petit multiple commun à deux nombres, on peut également calculer la liste des premiers multiples de chaque nombre jusqu'à trouver le même résultat (mais ça peut être beaucoup plus long...)
2. Le PPCM permet de résoudre des problèmes dans lesquels on étudie des phénomènes répétitifs (horaires de moyens de transport, engrenages, cycles...)