CHAP G4 Géométrie dans l'espace : Représentations en perspective cavalière

I. Les différentes familles de solides

Définition : En mathématiques, un solide est un objet de l'espace (donc en 3D).
Il existe cinq grandes familles de solides :

- Les prismes droits (ex : une armoire, un cube, un pavé droit…)
- Les cylindres (ex : un bâton de colle)
- Les pyramides (ex : les pyramides d'Egypte)
- Les cônes (ex : le cornet d'une glace)
- Les sphères (creuses) et les boules (pleines) (ex : la Terre est une boule, une balle de ping-pong est une sphère)

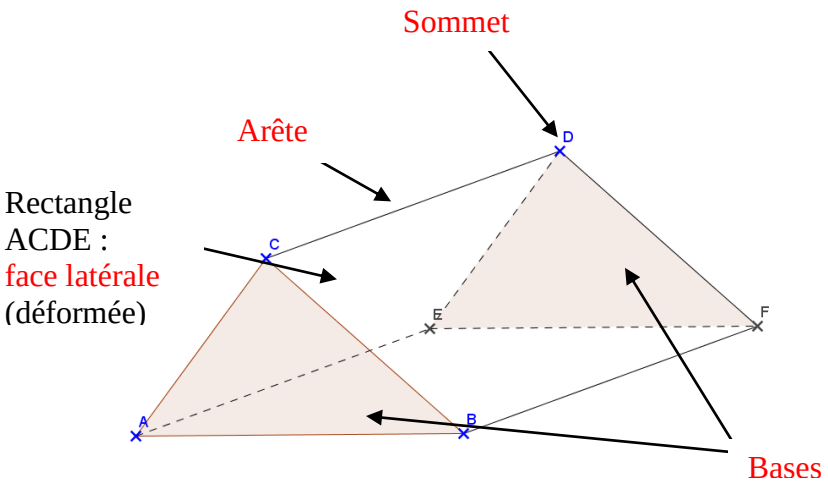
II. La représentation en perspective cavalière

Définition : La perspective cavalière est une technique de dessin qui permet de représenter un solide (donc un objet en 3D) sur une surface plane comme une feuille de papier (donc un objet en 2D).

Propriété : Sur un dessin en perspective cavalière :

1. Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
2. Les faces avant et arrière ne sont pas déformées.
3. Les arêtes fuyantes ont des dimensions réduites mais restent parallèles si elles sont parallèles dans la réalité.

Exemple : Voici la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit :



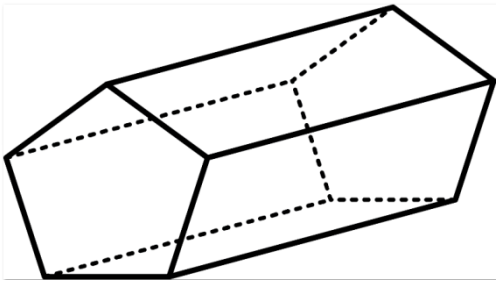
Remarque : Le vocabulaire noté sur la figure précédente est valable pour toutes les familles de solides.

III. Les solides droits : le prisme droit et le cylindre de révolution

Définition : Un prisme droit est un solide dont :

- les deux bases sont des polygones identiques et parallèles
- toutes les autres faces sont des rectangles : ce sont les faces latérales.

Représentation en perspective cavalière d'un prisme droit dont la base est un pentagone régulier :



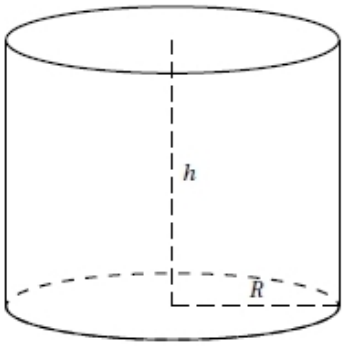
Remarques :

1. Un prisme droit dont toutes les faces sont des rectangles est un parallélépipède rectangle (aussi appelé pavé droit).
2. Un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés est un cube.

Définition : Un cylindre de révolution est un solide dont :

- Les deux bases sont des disques de même rayon et parallèles.
- La surface latérale est un rectangle.
- L'axe du cylindre est la droite qui passe par les centres de ses bases.

Représentation en perspective cavalière d'un cylindre :



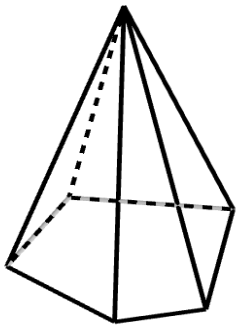
Définition : La hauteur d'un prisme droit (ou d'un cylindre) est la distance qui sépare ses deux bases.

IV. Les solides pointus : la pyramide et le cône de révolution

Définition : Une pyramide est un solide dont :

- La base est un polygone
- Les faces latérales sont des triangles qui ont un point commun.
  Ce point commun est appelé le sommet principal de la pyramide.

Représentation en perspective cavalière d'une pyramide dont la base est un pentagone :



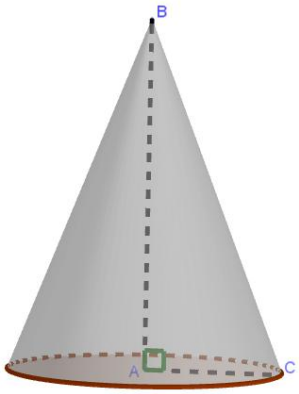
Remarque :
Une pyramide dont la base est un triangle s'appelle un tétraèdre.

Définition : La hauteur d'une pyramide est la droite qui passe par le sommet de la pyramide et qui est perpendiculaire à la base.

Définition : Un cône de révolution est un solide dont :

- la base est un disque
- la surface conique est engendrée par une génératrice.

Représentation en perspective cavalière d'un cône :

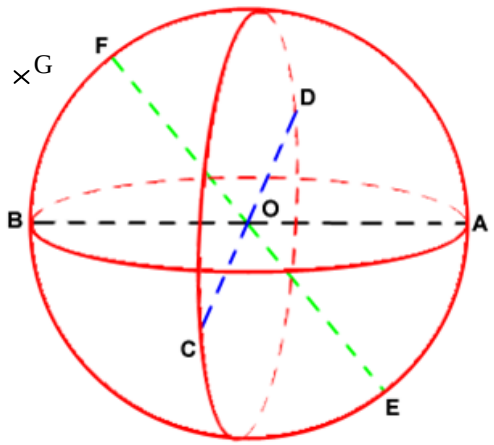


Définition : La hauteur d'un cône est la droite qui passe par le sommet du cône et qui est perpendiculaire à la base (elle passe donc par le centre de la base pour le cône).

V. La sphère et la boule

Définition :
1) Une sphère de centre O et de rayon r est constituée de l'ensemble des points M de l'espace tel que OM = r.
2) Une boule de centre O et de rayon r est constituée de l'ensemble des points M tels que $OM \leq r$.
Autrement dit, la boule est constituée de l'intérieur de la sphère et de la sphère elle-même.

Représentation en perspective cavalière d'une sphère :



On considère la sphère de centre O ci-contre.

- Deux diamètres de la sphère : [AB] et [CD]
- Deux rayons de la sphère : [OA] et [OE]
- Un autre point de la sphère : F
- Un point qui appartient à la boule mais pas à la sphère : O
- Un point qui n'appartient pas à la boule (et donc pas à la sphère non plus) : G

Définition : Un grand cercle d'une sphère est un cercle tracé sur la sphère et qui a le même rayon qu'elle.

Exemple : Le cercle de diamètre [CD] est un grand cercle de la sphère précédente.

Remarques :
- Les grands cercles sont les cercles les plus grands que l'on puisse tracer sur une sphère.
- On ne peut pas tracer le patron d'une sphère.