

Fonctions linéaires

I. Définition

Définition : Soit a un nombre relatif fixé.

La fonction qui, à tout nombre x , fait correspondre le nombre $a \times x$ est une **fonction linéaire**

On note : $f: x \rightarrow ax$ ou $f(x) = ax$

Le nombre a s'appelle le **coefficient de linéarité** de la fonction f .

Exemple : Soit g la fonction qui, à tout nombre x , fait correspondre son double.

Alors $g(x) = 2x$ et g est une fonction linéaire.

Pour calculer $g(5)$, on remplace x par 5 dans l'expression de g .

Ainsi, $g(5) = 2 \times 5 = 10$

Pour trouver l'antécédent de 26 par la fonction g , on résout l'équation $g(x) = 26$ soit $2x = 26$

(ou, ce qui revient au même, on fait l'opération inverse à savoir, ici, diviser par 2).

L'antécédent de 26 par la fonction g est donc 13 : on note : $g(13) = 26$

Propriété : A toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire.

On dit que cette fonction linéaire **modélise** la situation de proportionnalité.

Dans ce cas le coefficient a est le **coefficient de proportionnalité** de la situation.

Pour le calculer, on utilise la formule suivante : $a = \frac{\text{image}}{\text{antécédent}}$

Exemple : A la boucherie, le poids de la viande que l'on achète et le prix que l'on paie sont proportionnels.

Par exemple, le faux-filet coûte 25 euros le kilo.

Si on achète 5 kg, on paie $25 \times 5 = 125\text{€}$.

Si on achète 0,8 kg, on paie $25 \times 0,8 = 20\text{€}$

Si on achète x kg, on paie $25 \times x = 25x$

On peut donc modéliser cette situation par une fonction qui, à tout nombre x , associe $25x$

Si on appelle f cette fonction, on a : $f(x) = 25x$ et f est donc une fonction linéaire.

Méthode : Pour retrouver la formule de la fonction linéaire à partir d'une valeur donnée.

Exemple : g est une fonction linéaire telle que $g(-4) = 10$.

Déterminer l'expression de la fonction g .

1. On écrit la formule générale de la fonction :

g est une fonction linéaire donc sa formule est : $g(x) = a \times x$ où a est le coefficient de proportionnalité.

2. On calcule le coefficient de proportionnalité :

$$a = \frac{\text{image}}{\text{antécédent}} = \frac{10}{-4} = -2,5$$

3. On conclut : Ainsi $g(x) = -2,5x$

II. Représentation graphique

Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Exemple : Soit g la fonction définie par $g(x) = -4x$.

g est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

L'origine du repère est donc un point de la droite que l'on veut tracer.

Pour la tracer, il faut donc trouver les coordonnées d'un autre point de cette droite.

Pour cela, on choisit une valeur de x et on calcule son image par la fonction g .

Si $x = -2$, alors $g(-2) = -4 \times (-2) = 8$ Donc le point $M(-2 ; 8)$ est un point de cette droite.

