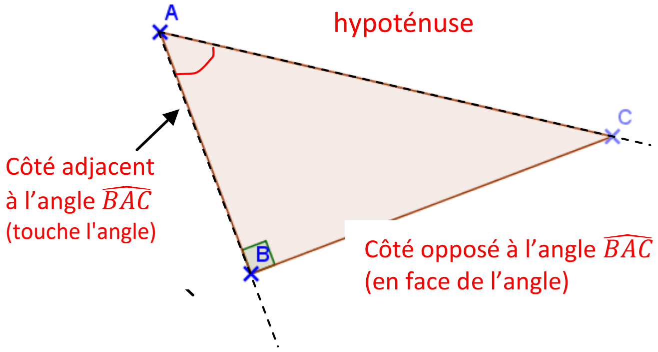
Trigonométrie

I. Vocabulaire



Le triangle ABC est rectangle en B.
Donc son hypoténuse est [AC].

Dans ce triangle, on s'intéresse à l'angle $\widehat{BAC}$.
Son sommet est A.
Ses côtés sont [AB) et [AC).
Donc [AB) est le côté adjacent à l'angle $\widehat{BAC}$.
Le dernier côté de ce triangle est [BC).
Il est situé en face de A.
C'est le côté opposé à l'angle $\widehat{BAC}$.

II. Définitions

Sinus, cosinus et tangente sont trois outils mathématiques qui permettent de calculer, **dans des triangles rectangles**, des longueurs de segments et des mesures d'angles.

Définition : Dans un triangle rectangle,

Le cosinus d'un angle aigu est défini par la formule :

$$cosinus = \frac{longueur\ \ du\ côté\ adjacent}{longueur\ \ de\ l'hypoténuse}$$

Le sinus d'un angle aigu est défini par la formule :

$$sinus = \frac{longueur\ \ du\ côté\ opposé}{longueur\ \ de\ l'hypoténuse}$$

La tangente d'un angle aigu est définie par la formule :

$$tangente = \frac{longueur\ du\ côté\ opposé}{longueur\ du\ côté\ adjacent}$$

Remarques :

1. Ces trois rapports (cos, sin, tan) ne dépendent que de la mesure de l'angle considéré.
2. Comme l'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle, le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
3. Pour se souvenir facilement des formules, on retiendra :

CAH SOH TOA

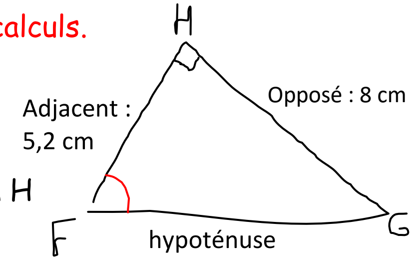
III. Applications

1. Première application : Pour calculer des mesures d'angle

Exemple :
On considère un triangle FHG rectangle en H tel que
HF = 5,2 cm et HG = 8 cm.
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{HFG}$.

ETAPES A SUIVRE AU BROUILLON :

1. On fait une figure à main levée en faisant attention à bien nommer l'angle droit selon l'endroit où le triangle est rectangle.
2. On repère l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé, en ajoutant les mesures que l'on connaît.
3. On choisit sinus, cosinus ou tangente en fonction des côtés connus.
   Ici on connaît adjacent et opposé donc on va utiliser la tangente.
4. On rédige sa réponse et on fait les calculs.



REDACTION DE LA REPONSE :

1. On cite le triangle :
   Le triangle FHG est rectangle en H et son hypoténuse est [FG].
2. On cite l'outil utilisé :
   On utilise la tangente.
3. On calcule cosinus, sinus ou tangente :
   $\tan \widehat{HFG} = \frac{oppos\acute{e}}{adjacent} = \frac{HG}{HF}$

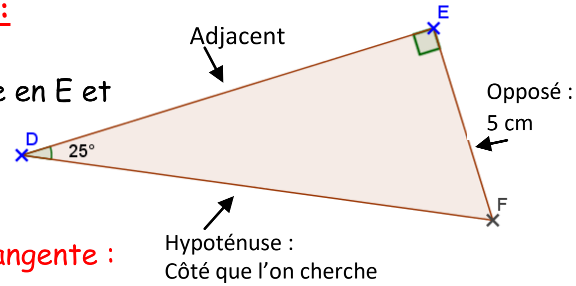
   $\tan \widehat{HFG} = \frac{8}{5,2}$
4. On calcule la mesure de l'angle en utilisant la fonction réciproque
   Donc $\widehat{HFG} = \arctan\left(\frac{8}{5,2}\right) \approx 57°$

2. Deuxième application : Pour calculer des longueurs

Exemple :
Le triangle DEF ci-dessous est rectangle en E et on a : EF = 5cm.
Calculer la longueur de l'hypoténuse [DF].

ETAPES A SUIVRE AU BROUILLON :

1. On fait une figure à main levée en faisant attention à bien nommer l'angle droit selon l'endroit où le triangle est rectangle.
2. On repère l'hypoténuse, le côté adjacent et le côté opposé, en ajoutant les mesures que l'on connaît.
3. On choisit sinus, cosinus ou tangente en fonction du côté connu et du côté que l'on cherche.
   Ici on connaît l'opposé et on cherche l'hypoténuse donc on va utiliser le sinus.
4. On rédige sa réponse et on fait les calculs.



REDACTION DE LA REPONSE :

1. On cite le triangle :
   Le triangle DEF est rectangle en E et son hypoténuse est [FD].
2. On cite l'outil utilisé :
   On utilise le sinus.
3. On calcule cosinus, sinus ou tangente :
   $sinus\ \widehat{EDF} = \frac{oppos\acute{e}}{hypot\acute{e}nuse} = \frac{EF}{DF}$

   $sinus\ 25° = \frac{5}{DF}$
4. On utilise le produit en croix pour trouver la longueur manquante :
   Donc $DF = \frac{5 \times 1}{\sin 25°} \approx 11,8\ cm$