

Rappel : Le théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, Alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit.

Conséquence : Comment savoir si un triangle est rectangle ?

Soit ABC un triangle dont le côté le plus long est [AC].

1. Si $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (si l'égalité de Pythagore est vérifiée),
Alors le triangle ABC est rectangle en B d'hypoténuse [AC].
C'est la Réciproque du théorème de Pythagore.
2. Si $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ (si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée),
Alors le triangle ABC n'est pas rectangle.
C'est la Contraposée du théorème de Pythagore.

Exemple 1 : On considère le triangle DEF ci-contre.

Ce triangle est-il rectangle ?

Méthode pour rédiger la démonstration :

1. On identifie le côté le plus long :
Le côté le plus long est [EF] qui mesure 13cm.

2. On calcule séparément :

a. l'aire du carré construit sur ce plus long côté

b. la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés

On calcule séparément :

$$EF^2 = 13^2 = 13 \times 13 = 169 \text{ cm}^2$$

$$\text{Et } DE^2 + DF^2 = 5^2 + 12^2 = 5 \times 5 + 12 \times 12 = 25 + 144 = 169 \text{ cm}^2$$

3. On compare les résultats :

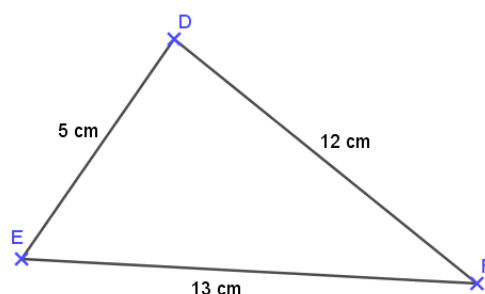
Les résultats sont égaux.

4. On dit si l'égalité de Pythagore est vérifiée ou pas :

Donc l'égalité de Pythagore est vérifiée.

5. On conclut :

Alors le triangle DEF est rectangle en D d'hypoténuse [EF].



Exemple 2 : On considère le triangle MNP ci-contre.

Ce triangle est-il rectangle ?

1. Le côté le plus long est [MP] qui mesure 3,2 cm.

2. On calcule séparément :

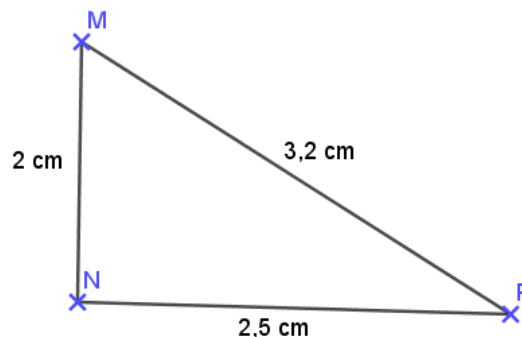
$$MP^2 = 3,2^2 = 3,2 \times 3,2 = 10,24$$

$$\begin{aligned} \text{Et } MN^2 + NP^2 &= 2^2 + 2,5^2 \\ &= 2 \times 2 + 2,5 \times 2,5 \\ &= 4 + 6,25 \\ &= 10,25 \end{aligned}$$

3. Les résultats ne sont pas égaux.

4. Donc l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.

5. Alors le triangle MNP n'est pas rectangle.

Remarques :

1. Pour appliquer cette méthode, il faut connaître les trois côtés du triangle.

2. On peut également montrer qu'un triangle est rectangle en montrant qu'il a un angle droit (en calculant les mesures de ses angles par exemple).