

I. Histoire des nombres

Définition : Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000...

Exemple : $\frac{3}{10}$, $\frac{75}{1\ 000}$, $\frac{279}{100\ 000}$ sont des fractions décimales.

Mais $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{20}$ ne sont pas des fractions décimales.

Définition : Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Exemples :

- $\frac{7}{20}$ est un nombre décimal car il peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale $\frac{35}{100}$:

$$\begin{array}{ccc} & \times 5 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 7 & & 35 \\ \hline 20 & = & 100 \\ \swarrow & & \searrow \\ & \times 5 & \end{array}$$

- $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal car il est impossible de l'écrire sous forme d'une fraction décimale :

$$\begin{array}{ccc} \times 3 & & \times 11 \\ \swarrow & & \searrow \\ 2 & 6 & 66 \\ \hline 3 & = & 9 & = & 99 \\ \swarrow & & \searrow & & \swarrow & & \searrow \\ & \times 3 & & \times 11 & & \times 3 & & \times 11 \end{array}$$

II. Différentes écritures d'un nombre

Définition : L'**écriture décimale** d'un nombre décimal est l'écriture qui utilise les dix chiffres de 0 à 9 et la virgule.

Exemple : 0,75 est l'écriture décimale du nombre décimal $\frac{3}{4}$:

$$\begin{array}{ccc} & \times 25 & \\ \swarrow & & \searrow \\ 3 & 75 & \\ \hline 4 & = & 100 & = & 0,75 \\ \swarrow & & \searrow \\ & \times 25 & \end{array}$$

Remarques : Un nombre qui n'est pas décimal n'a pas d'écriture décimale exacte.

Néanmoins, souvent il peut être utile de l'écrire sous forme d'un « nombre à virgule » : on utilise alors une valeur approchée ou un arrondi de ce nombre.

Par exemple, $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal mais on peut écrire $\frac{1}{3} \approx 0,3$.

0,3 est une valeur approchée au dixième de $\frac{1}{3}$

Méthode pour donner un encadrement et un arrondi d'un nombre :

Exemple : On veut trouver un encadrement et un arrondi au dixième du nombre $\frac{38}{7}$:

1. On utilise la calculatrice pour trouver une valeur approchée de ce nombre :

Ici $\frac{38}{7} \approx 5,428571429$ d'après la calculatrice

2. On tronque (on « coupe ») au dixième la valeur donnée par la calculatrice pour obtenir la valeur approchée par défaut au dixième :

On « coupe » après le chiffre des dixièmes donc on obtient 5,4.

3. On ajoute un dixième à la valeur par défaut pour trouver la valeur par excès :

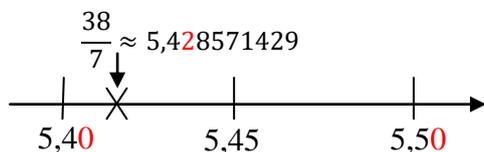
$$5,4 + 0,1 = 5,5$$

4. On obtient ainsi l'encadrement au dixième de $\frac{38}{7}$:

$$\text{On a alors : } 5,4 < \frac{38}{7} < 5,5$$

5. Pour l'arrondi au dixième, on choisit la valeur approchée la plus proche du nombre :

Ici on a donc le choix entre 5,4 et 5,5.



Ici $5,428571429 < 5,45$ donc l'arrondi au dixième de $\frac{38}{7}$ est 5,4.

Remarque : Si on veut trouver l'encadrement et l'arrondi au centième de $\frac{38}{7}$:

1. $\frac{38}{7} \approx 5,428571429$

2. On coupe au centième : 5,42

3. On ajoute un centième : $5,42 + 0,01 = 5,43$

4. L'encadrement est $5,42 < \frac{38}{7} < 5,43$

5. Le « milieu » entre 5,42 et 5,43 est 5,425 et $5,428571429 > 5,425$

Donc l'arrondi au centième de $\frac{38}{7}$ est 5,43.