

CHAP 7

Les droites sont-elles parallèles ?

Pour démontrer que deux droites sont parallèles, on peut :

- Montrer qu'elles sont toutes les deux perpendiculaires à une même troisième droite ;
- Utiliser les angles alternes-internes ou les angles correspondants ;
- Utiliser la Réciproque du théorème de Thalès

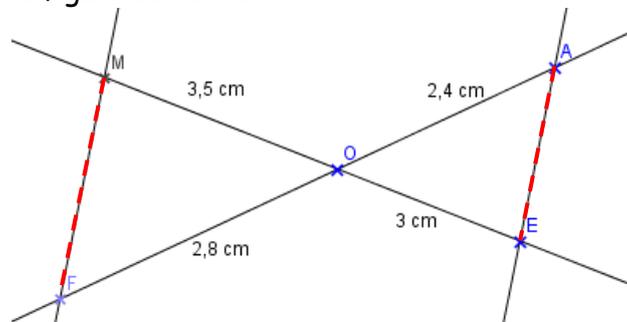
Théorème : Réciproque du théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A,
B et M deux points de (d) distincts de A,
C et N deux points de (d') distincts de A.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre,

Alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple 1 : On considère la figure suivante :



Les droites (MF) et (AE) sont-elles parallèles ?

1. On dit quelles sont les droites sécantes :

On sait que les droites (ME) et (FA) sont sécantes en O.

2. On construit le tableau des longueurs :

On veut savoir si les côtés des triangles OMF et OAE sont proportionnels.

Triangle OAE	OA = 2,4 cm	OE = 3cm	AE = ?
Triangle OMF	OF = 2,8cm	OM = 3,5cm	MF = ?

3. On calcule séparément les quotients colonne par colonne :

On calcule séparément : $\frac{OA}{OF} = \frac{2,4}{2,8} = \frac{6}{7}$ et $\frac{OE}{OM} = \frac{3}{3,5} = \frac{6}{7}$

4. On compare les résultats :

Les résultats sont égaux.

5. On dit si l'égalité de Thalès est vérifiée :

L'égalité de Thalès est vérifiée et les points M, O, E et F, O, A sont alignés dans le même ordre.

6. On conclut :

Alors les droites (MF) et (AE) sont parallèles.

Remarque : **ATTENTION**, des valeurs approchées ne suffisent pas à montrer que des rapports sont égaux.

Pour montrer que deux droites ne sont pas parallèles, on utilise la contraposée du théorème de Thalès mais la méthode d'application est la même que pour la Réciproque.

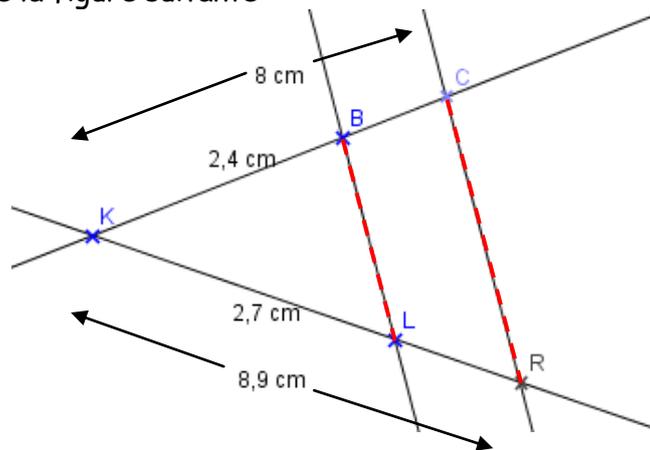
Théorème : Contraposée du théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A,
 B et M deux points de (d) distincts de A,
 C et N deux points de (d') distincts de A.

Si deux des rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$, $\frac{MN}{BC}$ sont différents,

Alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Exemple 2 : On considère la figure suivante :



Les droites (BL) et (CR) sont-elles parallèles ?

1. On sait que les droites (BC) et (LR) sont sécantes en K.
2. On veut savoir si les côtés des triangles KBL et KCR sont proportionnels.

Triangle KBL	KB = 2,4 cm	BL = ?	LK = 2,7cm
Triangle KCR	KC = 8cm	CR = ?	RK = 8,9cm

3. On calcule séparément : $\frac{KB}{KC} = \frac{2,4}{8} = 0,3$ et $\frac{LK}{RK} = \frac{2,7}{8,9} \approx 0,303$
4. Les résultats sont différents. (il ne s'agit pas d'un tableau de proportionnalité.)
5. L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.
6. Alors les droites (BL) et (CR) ne sont pas parallèles.