

I. Vocabulaire

Définition : Le processus mathématique qui, à un nombre, fait correspondre un unique autre nombre s'appelle **une fonction**.

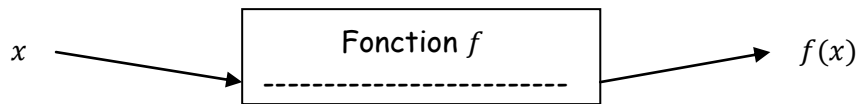
Si f est le nom de la fonction : au nombre x , cette fonction f fait correspondre le nombre $f(x)$.

L'expression $f(x)$ se lit : « f de x ».

Le nombre $f(x)$ est appelé **l'image de x par f** .

Le nombre x est appelé un **antécédent de $f(x)$** par la fonction f .

On peut comparer une fonction à une sorte de « machine » qui transforme un nombre en un autre nombre :



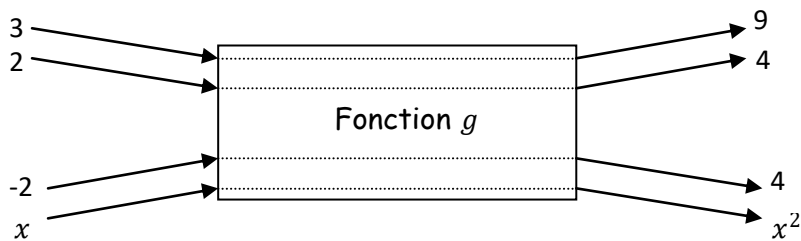
Zone des antécédents

Zone de transformation

Zone des images

Attention : Un nombre ne peut avoir qu'une seule image !!!
 Mais une image peut avoir plusieurs antécédents ...

Exemple : On considère une fonction g dont le rôle est « mettre au carré »



Par la fonction $g : x \rightarrow x^2$, le nombre 3 a une seule image : 9

Mais le nombre 4 a deux antécédents : -2 et 2

On peut définir une fonction de trois façons différentes :

- Définition à l'aide d'une formule
- Définition à l'aide d'un graphique
- Définition à l'aide d'un tableau

II. Définition d'une fonction à partir d'une formule

C'est la manière la plus précise de définir une fonction. Elle permet de calculer n'importe quelle valeur de cette fonction.

Méthode :

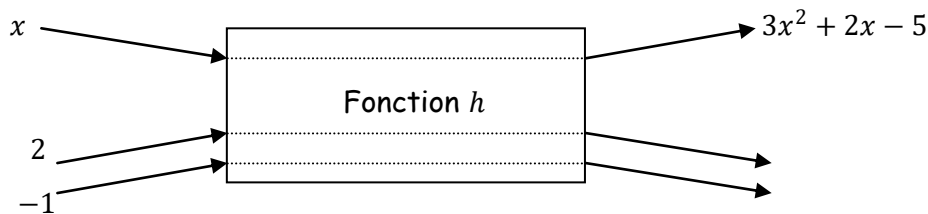
1. Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule, on remplace x par ce nombre dans la formule.
2. Pour calculer l'antécédent d'un nombre par une fonction définie par une formule, on fait « le chemin » à l'envers.

Exemple:

On considère une fonction h qui à tout nombre x fait correspondre le nombre $3x^2 + 2x - 5$

On note alors : $h: x \rightarrow 3x^2 + 2x - 5$ ou encore $h(x) = 3x^2 + 2x - 5$

Représentons cette fonction h sur un schéma :



1. Calculer l'image de 2 par la fonction h :

Pour calculer l'image de 2, il faut remplacer x par

2. Alors :

$$h(x) = 3 \times x^2 + 2x - 5$$

$$h(2) = 3 \times 2^2 + 2 \times 2 - 5$$

$$h(2) = 11$$

L'image de 2 par la fonction h est donc 11

2. Calculer $h(-1)$:

Calculer $h(-1)$ signifie calculer l'image de -1 , on procède donc de la même manière :

$$h(x) = 3 \times x^2 + 2x - 5$$

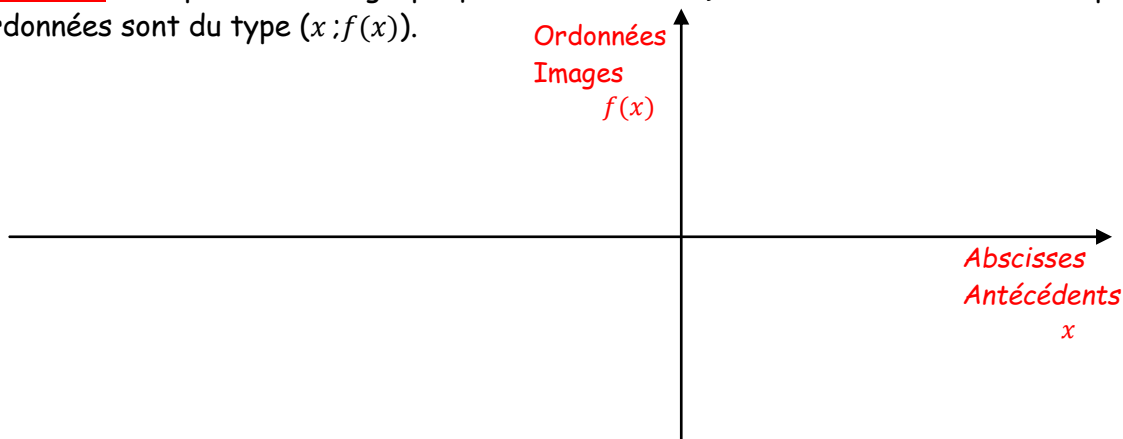
$$h(-1) = 3 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) - 5$$

$$h(-1) = -4$$

L'image de -1 par la fonction h est donc -4 .

III. Définition d'une fonction à partir d'un graphique

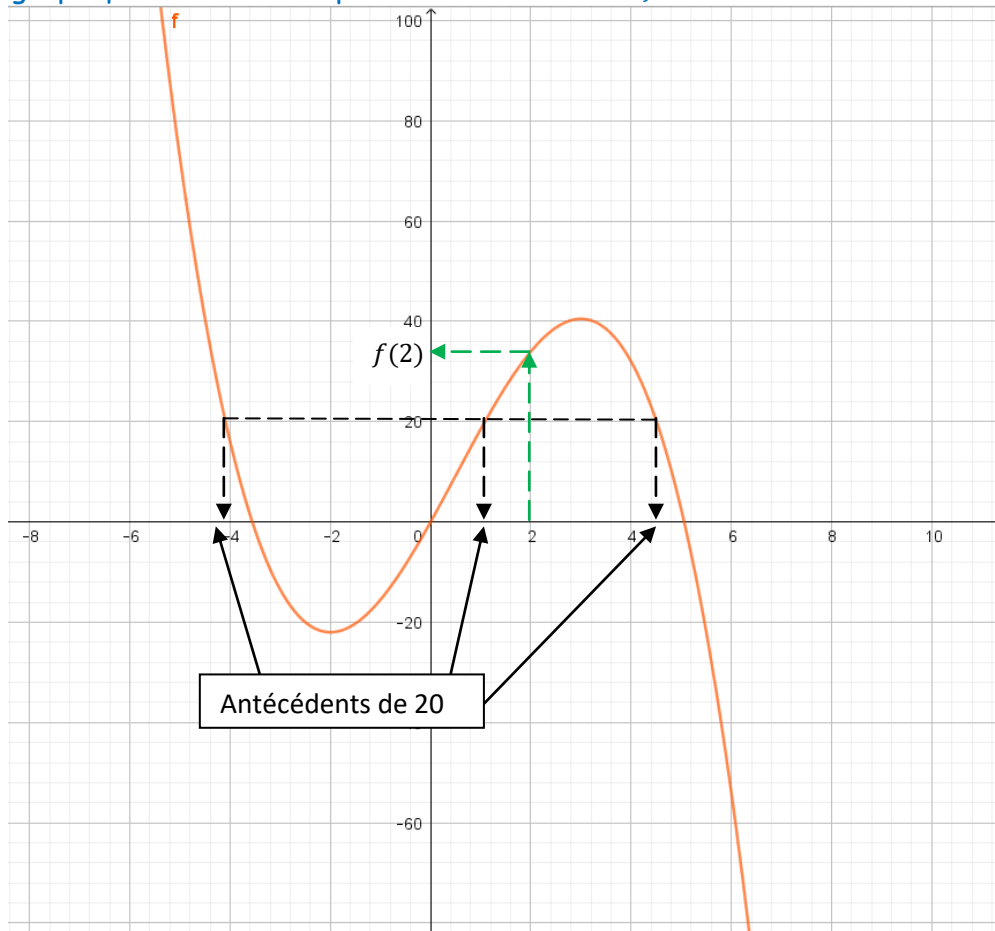
Définition : La représentation graphique d'une fonction f est constituée de tous les points dont les coordonnées sont du type $(x; f(x))$.



Méthode :

1. Pour lire l'image d'un nombre par une fonction définie par un graphique :
 - on prend ce nombre sur l'axe des abscisses
 - on se déplace verticalement jusqu'à la courbe de la fonction
 - on se déplace horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées pour y lire l'image.
2. Pour lire un antécédent d'un nombre par une fonction définie par un graphique :
 - on prend ce nombre sur l'axe des ordonnées
 - on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe de la fonction
 - on se déplace verticalement jusqu'à l'axe des abscisses pour y lire l'antécédent.

Exemple : Le graphique ci-dessous représente une fonction f .



1. Déterminer l'image de 2 par la fonction f :
 - on prend 2 sur l'axe des abscisses
 - on se déplace verticalement jusqu'à la courbe de la fonction
 - on se déplace horizontalement jusqu'à l'axe des ordonnées pour y lire l'image de 2.

On obtient donc $f(2) = 34$

2. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de 20 par la fonction f :
 - on prend 20 sur l'axe des ordonnées
 - on se déplace horizontalement jusqu'à la courbe de la fonction
 - on se déplace verticalement jusqu'à l'axe des abscisses pour y lire l'antécédent.

20 a donc trois antécédents par la fonction f : $-4,1$; $1,1$ et $4,5$

On peut écrire : $f(-4,1) = f(1,1) = f(4,5) = 20$

IV. Définition d'une fonction à partir d'un tableau

Définition : Un tableau de données indique certaines images d'une fonction f .

Sur la 1^{ère} ligne du tableau, on lit les antécédents

Sur la 2^{ème} ligne du tableau, on lit les images.

ATTENTION : Un tableau ne permet pas de connaître la fonction dans sa totalité, seulement quelques-unes de ses valeurs.

Méthode :

1. Pour lire l'image d'un nombre par une fonction définie dans un tableau :
 - on prend ce nombre sur la ligne des antécédents (x)
 - on lit son image en-dessous, sur la 2^{ème} ligne.
2. Pour lire un antécédent d'un nombre par une fonction définie dans un tableau :
 - on prend ce nombre sur la ligne des images ($f(x)$)
 - on lit son image au-dessus, sur la 1^{ère} ligne.

Exemple : On considère la fonction h définie par le tableau suivant :

x	-3	-1	0	2	4	5
$h(x)$	6	-2	3	5	-3	6

1) Quelle est l'image de -3 par la fonction h ?

On cherche l'image donc on prend -3 sur la ligne des antécédents (la 1^{ère}) et on lit l'image en-dessous : $h(-3) = 6$, l'image de -3 est 6.

2) Donner un antécédent de 5 par la fonction h :

On cherche un antécédent dont on prend 5 sur la ligne des images (la 2^{ème}) et on lit l'antécédent au-dessus : $h(2) = 5$, un antécédent de 5 est 2.