CHAP 20

Fonctions affines

I. Définition

Définition : Soient m un nombre relatif fixé.
La fonction qui, à tout nombre x, fait correspondre le nombre $m \times x + p$ est une fonction affine
On note : $f : x \rightarrow m \times x + p$ ou $f(x) = m \times x + p$

Exemple : Soit g la fonction qui, à tout nombre x, fait correspondre son triple augmenté de 5.
Alors $g(x) = 3 \times x + 5 = 3x + 5$ et g est une fonction affine avec $m = 3$ et $p = 5$.

RAPPELS :

1. Pour calculer $g(6)$, on remplace x par 6 dans l'expression de g.
   Ainsi, $g(6) = 3 \times 6 + 5 = 18 + 5 = 23$
2. Pour trouver l'antécédent de 32 par la fonction g, on résout l'équation $g(x) = 32 \; soit \; 3x + 5 = 32$ ou on fait les calculs « à l'envers ».
   L'antécédent de 32 par la fonction g est donc 9 : on note : $g(9) = 32$

Remarques :

1. Si $p = 0$, alors $f(x) = m \times x$ et donc f est une fonction linéaire.
2. Si $m = 0$, alors $f(x) = p$ et donc f est une fonction constante.

Méthode : Pour retrouver la formule d'une fonction affine à partir de deux de ses valeurs.

1. **On détermine le coefficient m à l'aide de la formule des accroissements :**
$$\boldsymbol{m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{différence\ des\ images}{différence\ des\ antécédents}}$$
2. **On détermine le coefficient p en résolvant une équation.**

Exemple : g est une fonction affine telle que $g(-1) = 9$ et $g(2) = 0$.
Déterminer l'expression de la fonction g.

g est une fonction affine donc sa formule est de la forme $g(x) = m \times x + p$

1. **On détermine le coefficient m :**
$$\boldsymbol{m = \frac{différence\ des\ images}{différence\ des\ antécédents}} = \frac{9 - 0}{-1 - 2} = \frac{9}{-3} = -3$$
   Donc $g(x) = -3x + p$
2. **On détermine le coefficient p :**
   $g(2) = 0$ revient à dire que $-3 \times 2 + p = 0$
   Donc $-6 + p = 0$ et donc $p = 6$
3. **On conclut :** Ainsi $g(x) = -3x + 6$

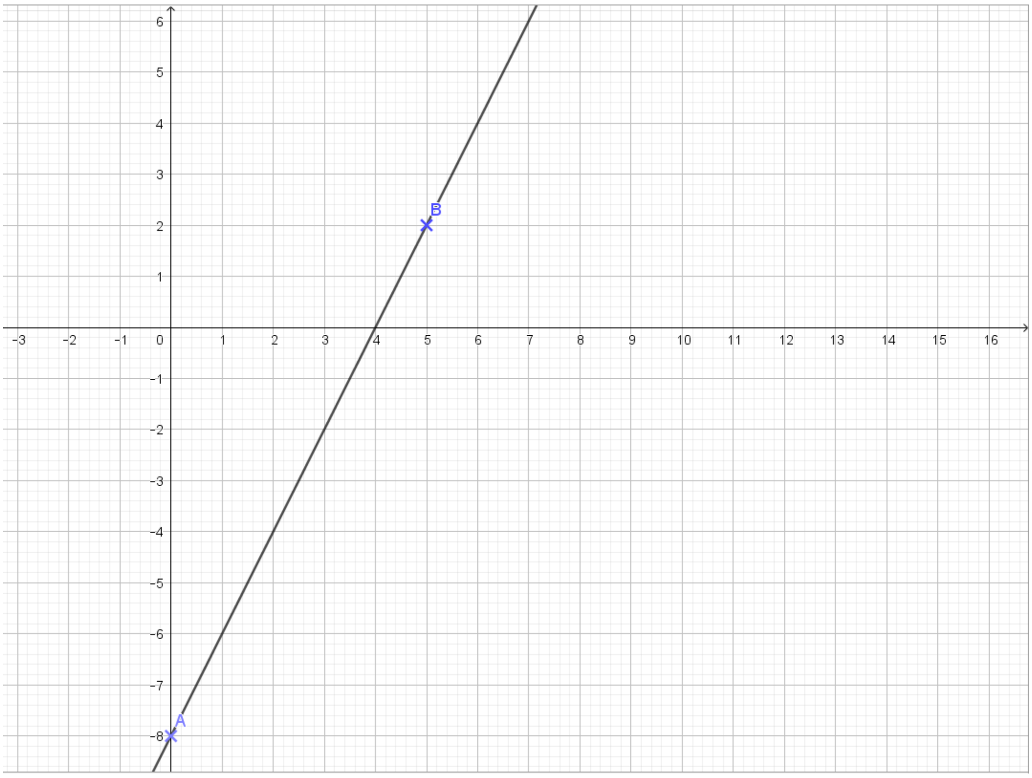
II. Représentation graphique

Propriété : La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
Le nombre m est le coefficient directeur de cette droite, le nombre p est l'ordonnée à l'origine.

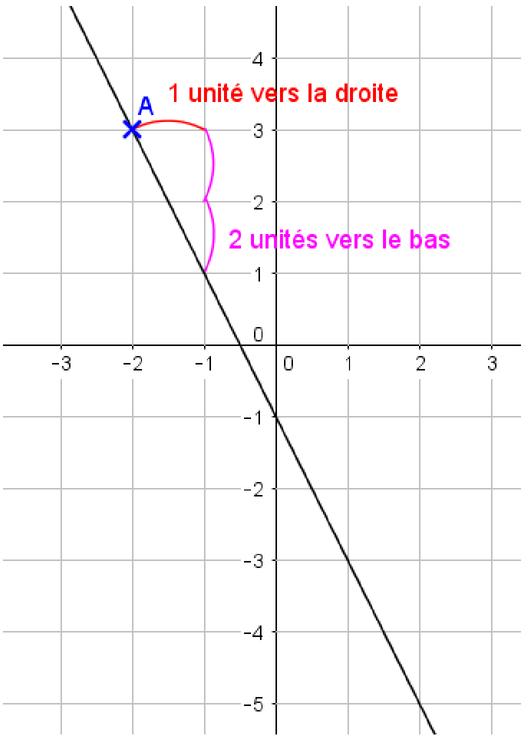
Exemple : Soit h la fonction définie par $h(x) = 2x - 8$.
h est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

Pour la tracer, il faut donc trouver les coordonnées de deux points de cette droite.
Pour cela, on choisit une première valeur de x et on calcule son image par la fonction h.
Puis on choisit une deuxième valeur pour x et on calcule son image.

On choisit d'abord $x = 0$, alors $h(0) = 2 \times 0 - 8 = -8$ Donc le point A (0 ; -8) est un point de cette droite.
On choisit ensuite $x = 5$, alors $h(5) = 2 \times 5 - 8 = 2$ Donc le point B (5 ; 2) est un point de cette droite.



Méthode pour retrouver la formule d'une fonction affine à partir du graphique :
On veut retrouver la formule de la fonction f tracée dans le repère ci-dessous.



1. Nature de la fonction :
Cette fonction f est une fonction affine car sa représentation graphique est une droite qui ne passe pas par l'origine.
Donc la formule est de la forme $f(x) = m \times x + p$

2. Valeur de b :
La courbe coupe l'axe des ordonnées en -1 donc $p = -1$.

3. Valeur de a :
- Si la droite « monte », m est un nombre positif
- Si la droite « descend », m est un nb négatif

Pour trouver la valeur de m, on se positionne sur un des points de la droite, on se décale d'une unité vers la droite et on compte combien d'unités (vers le haut ou vers le bas) sont nécessaires pour retomber sur la droite.
Ici, il faut descendre de 2 unités. Donc $m = -2$

4. Conclusion :
La formule de la fonction f est : $f(x) = -2 \times x - 1$